Estudo de um circuito RC

Conceitos

Carga e descarga de um capacitor.
Circuito RC.
Constante de tempo.

Fenômeno

Um capacitor tem a propriedade de poder armazenar cargas elétricas. A relação entre a capacitância do capacitor C, a carga Q armazenada e a tensão V apresentada entre as placas é $Q = C \cdot V$. Tanto a carga como a descarga do capacitor são realizadas através de circuitos elétricos que determinam as correntes e, consequentemente, as "velocidades" de carga ou descarga.

Os circuitos com capacitor e resistor em série (RC) são os mais simples e têm amplas aplicações devido às características temporais presentes na carga ou descarga do capacitor. Um circuito contendo uma fonte ideal (E), um resistor (R), um capacitor (C) inicialmente descarregado, montados em série apresentará durante a carga uma corrente igual a:

$$I(t) = (E/R)\ e^{-t/RC} = I_0\ e^{-t/\tau}$$

onde t é o tempo desde o início da carga, τ a constante de tempo ($\tau = RC$) e I_0 a corrente em $t = 0$. (Veja apêndice para mais detalhes).

A capacidade de armazenar cargas de um capacitor, capacitância, está associada à geometria do capacitor e à constante dielétrica do meio isolante usado entre as placas. Neste experimento o capacitor é do tipo eletrolítico, com alta capacidade. Este tipo de capacitor apresenta polaridade e deve ser conectado ao circuito respeitando as indicações impressas no corpo do componente (um sinal + ou - associado ou não a uma seta).

Atenção: Os capacitores eletrolíticos conectados com polaridade invertida apresentam risco de vazamento de líquidos corrosivos, inclusive de forma explosiva!

Material: capacitor de 1mF, resistores de 47 kΩ e 33 Ω, cronômetro, microamperímetro.

Procedimento

1. Descarregue o capacitor colocando-o em paralelo com o resistor de 33 Ω na tábua de montagem. Qual é a constante de tempo (teórica) desta descarga?
2. Ajuste a saída da fonte para 14 V (meça a saída com um voltímetro).
3. Monte o circuito (a) da Figura 1, com C = 1 mF e R = 47 kΩ, deixando a chave k inicialmente aberta. Use um microamperímetro, regulado para a escala de 300 μA (ou equivalente). **Atenção** para a **polaridade** do capacitor e do (micro)amperímetro em relação à fonte. Note que para esse tipo de capacitor, o terminal **metálico** é sempre o polo **negativo**. Ligue a fonte (que você ajustou previamente para E = 14 V).
   Observação: para utilizar o multímetro digital no lugar do microamperímetro, coloque no circuito uma resistência em série de aproximadamente 70kΩ (= 47 + 23)kΩ , de modo a limitar a corrente inicial ao fundo de escala do multímetro.
4. Em seguida, simultaneamente, feche o circuito e acione o cronômetro.
5. Meça a corrente em função do tempo. Tente coletar uns 20 pontos. Pare a coleta de pontos depois de passado um tempo aproximadamente igual a 4τ (4 vezes a constante de tempo). Nesse caso, o capacitor já está 98% carregado (por quê? **Dica:** use a eq. (10) do apêndice). Qual é a constante de tempo (teórica) desta carga?
6. Monte a tabela de t e I(t) correspondente. Faça um gráfico em papel monolog (por quê?) de I(t) x t.
7. Do gráfico, obtenha a constante de tempo τ e o valor da corrente inicial. Compare estes valores com os valores teóricos esperados.
8. Agora abra o circuito (chave k), retire a fonte, e **inverta a polaridade do microamperímetro** (ou seja, monte o circuito (b) da Figura 1).
9. Repita os passos 4 a 7 para a descarga do capacitor. No passo 5, depois de 4τ o capacitor está 98% descarregado (por quê? **Dica:** use a eq. (13) do apêndice). Qual é a constante de tempo (teórica) desta descarga?

10. Discuta os resultados obtidos comparando com os valores teóricos esperados. Leve em conta que os capacitores comerciais têm o valor nominal da capacitância impresso, e que as tolerâncias sobre este valor são de -10% a +40%.
11. Deixe o capacitor descarregado no final do experimento.

Apêndice: Carga e descarga do capacitor

Veja a Figura 1 abaixo. O caso (a) representa a carga do capacitor, e o caso (b) a descarga.

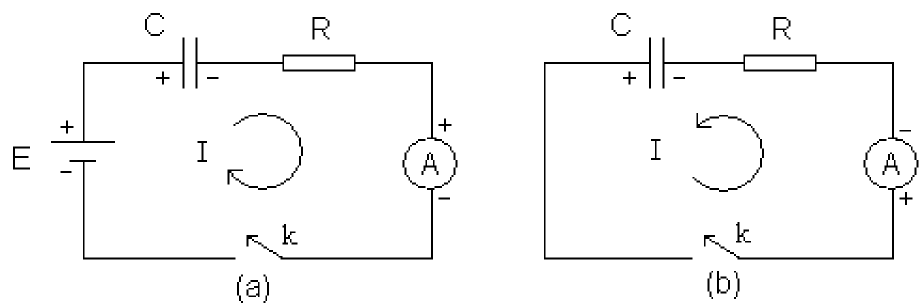

Figura 1. Circuito RC. (a) Carga do capacitor. (b) Descarga do capacitor.

No caso (a), quando a chave k é fechada em t = 0, surge no circuito uma corrente I que circula na direção polo positivo $\rightarrow$ polo negativo da fonte, carregando o capacitor: a carga se deposita no polo positivo de C e o polo negativo de C fica carregado negativamente. No caso (b), ao fechar a chave k em t = 0, a corrente I circula na direção polo positivo $\rightarrow$ polo negativo de C: a carga positiva sai do polo positivo de C para “cancelar” a carga negativa do outro polo, descarregando o capacitor[1]. Usando a lei das malhas de Kirchoff, podemos escrever para o circuito (a):

$$E - R\,I - Q/C = 0 \qquad (1)$$

Mas I = dQ/dt, portanto

$$E - R\,dQ/dt - Q/C = 0 \qquad (2)$$

ou

$$dQ/dt = -\,(Q/RC - E/R) \qquad (3)$$

Chamando

$$Q' = Q - EC \qquad (4)$$

E levando em conta que C e E são constantes ao longo do tempo, temos

$$dQ'/dt = dQ/dt \qquad (5)$$

Substituindo (4) e (5) em (3) obtemos:

$$dQ'/dt = -Q'/RC \qquad (6)$$

Integrando, obtemos

$$Q'(t) = A\,e^{-t/RC} \qquad (7)$$

Substituindo (4) em (7) obtemos para Q:

$$Q(t) = EC + A\,e^{-t/RC} \qquad (8)$$

[1] Na verdade, a carga negativa sai do polo negativo em direção ao positivo, já que são os elétrons que se movem. Para efeitos teóricos, o resultado é o mesmo. Utilizamos aqui a convenção que o sentido positivo da corrente é o inverso do sentido de movimento dos elétrons.

Supondo que o capacitor estava descarregado em $t = 0$, ou seja, $Q(t = 0) = 0$, achamos para a constante A o valor

$$A = -EC \tag{9}$$

E finalmente obtemos a equação que nos dá a carga no capacitor em função do tempo:

$$Q(t) = EC\,(1 - e^{-t/RC}) \tag{10}$$

O valor RC é conhecido como a constante de tempo do circuito RC, geralmente denominada de τ. Veja que quando $t \to \infty$, $Q \to EC$.

Para encontrar a corrente, derivamos (10) em relação ao tempo, obtendo

$$\mathbf{I(t) = (E/R)\, e^{-t/RC} = I_0\, e^{-t/RC}} \tag{11}$$

Onde $I_0 = E/R$ é a corrente que circula no circuito em $t = 0$ (verifique).

De forma similar, podemos escrever para o circuito (b)

$$Q/C + R\,I = 0 \tag{12}$$

chegando à expressão para a carga

$$Q(t) = Q_0\, e^{-t/RC} \tag{13}$$

onde Q_0 é o valor da carga no capacitor para $t = 0$. Supondo que ao carregar o capacitor esperamos um tempo muito grande, $Q_0 \cong EC$, e portanto

$$Q(t) = EC\, e^{-t/RC} \tag{14}$$

Derivando para achar a corrente obtemos

$$\mathbf{I(t) = -(E/R)\, e^{-t/RC} = -\, I_0\, e^{-t/RC}} \tag{15}$$

Observação: Note que em ambos os casos, considerou-se o amperímetro como sendo ideal (resistência interna nula). No entanto, vimos que na realidade este possui uma resistência interna R_A diferente de zero, e portanto na prática é preciso substituir o R nas expressões (11) e (15) por $R + R_A$.

Bibliografia

- Halliday D.; Resnick R.; Merrill J.; *Fundamentos de Física, vol. 3 Eletromagnetismo,* 1995, LTC Editora, RJ. Cap. 29, seções 29-8; problemas 66E,70P, 71P, 75P.